Clase 4 Series de Tiempo

Felipe Elorrieta Lopez

Universidad de Santiago de Chile

April 17, 2025

Conceptos Previos

- Tipos de Estacionalidad

Conceptos Previos

- Tipos de Estacionalidad
- Método de Holt-Winters Multiplicativo

Conceptos Previos

- Tipos de Estacionalidad
- Método de Holt-Winters Multiplicativo
- Método de Holt-Winters Aditivo

Análisis de Componente Aleatoria

- En clases anteriores hemos estudiado cada uno de los componentes de la descomposición,

$$Y_t = N_t + T_t + S_t + \epsilon_t$$

Análisis de Componente Aleatoria

- En clases anteriores hemos estudiado cada uno de los componentes de la descomposición,

$$Y_t = N_t + T_t + S_t + \epsilon_t$$

- Sin embargo, no hemos puesto enfasis en la componente aleatoria ϵ_t.

Análisis de Componente Aleatoria

- En clases anteriores hemos estudiado cada uno de los componentes de la descomposición,

$$Y_t = N_t + T_t + S_t + \epsilon_t$$

- Sin embargo, no hemos puesto enfasis en la componente aleatoria ϵ_t.
- ¿Se adecua el método de selección a los datos?

Análisis de Componente Aleatoria

- En clases anteriores hemos estudiado cada uno de los componentes de la descomposición,

$$Y_t = N_t + T_t + S_t + \epsilon_t$$

- Sin embargo, no hemos puesto enfasis en la componente aleatoria ϵ_t.
- ¿Se adecua el método de selección a los datos?
- ¿Que esperamos de los errores de predicción del modelo?

Análisis de Componente Aleatoria

- Cuando aplicamos un método de alisamiento o cualquier otro método de predicción de una serie temporal, lo que buscamos conseguir es que el comportamiento de la serie quede plenamente capturado mediante uno o más componentes (tendencia, estacionalidad, etc.).

Análisis de Componente Aleatoria

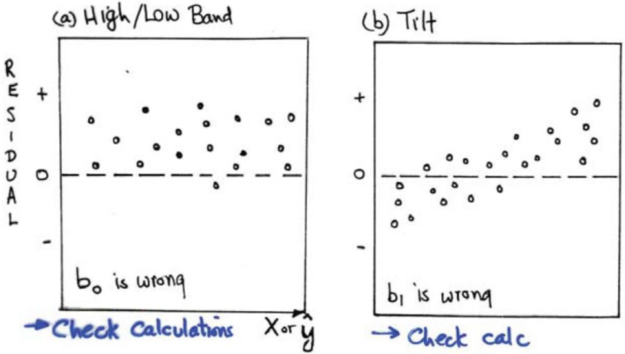
- Cuando aplicamos un método de alisamiento o cualquier otro método de predicción de una serie temporal, lo que buscamos conseguir es que el comportamiento de la serie quede plenamente capturado mediante uno o más componentes (tendencia, estacionalidad, etc.).
- Si se consigue ese objetivo, entonces en los errores no quedan rastros perceptibles del comportamiento sistematico.

Análisis de Componente Aleatoria

- Cuando aplicamos un método de alisamiento o cualquier otro método de predicción de una serie temporal, lo que buscamos conseguir es que el comportamiento de la serie quede plenamente capturado mediante uno o más componentes (tendencia, estacionalidad, etc.).
- Si se consigue ese objetivo, entonces en los errores no quedan rastros perceptibles del comportamiento sistematico.
- En otras palabras, esperamos que los errores tengan un comportamiento similar al de un ruido blanco, es decir, su media debe ser constante (igual a 0), su varianza debe ser constante (σ^2) y los ruidos deben ser incorrelados.

Media Constante

- Problemas con la media



Media Constante

- Para verificar que la media sea igual a 0, podemos hacer un Test-t, definido por:

Media Constante

- Para verificar que la media sea igual a 0, podemos hacer un Test-t, definido por:
- Sea la hipotesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ vs la hipotesis alternativa $H_1 : \mu \neq \mu_0$. El estadístico está definido por

$$t = \frac{\bar{\epsilon_t} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

donde $\bar{\epsilon_t}$ es el promedio muestral y S la desviación estándar de la componente aleatoria ϵ_t.

Media Constante

- Para verificar que la media sea igual a 0, podemos hacer un Test-t, definido por:
- Sea la hipotesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ vs la hipotesis alternativa $H_1 : \mu \neq \mu_0$. El estadístico está definido por

$$t = \frac{\bar{\epsilon_t} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

  donde $\bar{\epsilon_t}$ es el promedio muestral y S la desviación estándar de la componente aleatoria ϵ_t.
- El estadístico t asintóticamente sigue una distribución N(0, 1).

Media Constante

- Para verificar que la media sea igual a 0, podemos hacer un Test-t, definido por:
- Sea la hipotesis nula $H_0 : \mu = \mu_0$ vs la hipotesis alternativa $H_1 : \mu \neq \mu_0$. El estadístico está definido por

$$t = \frac{\bar{\epsilon_t} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

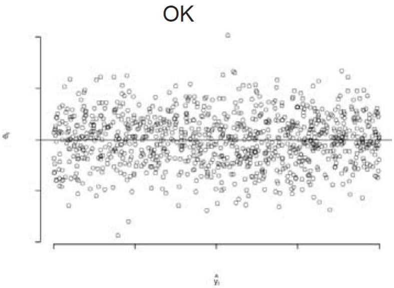
  donde $\bar{\epsilon_t}$ es el promedio muestral y S la desviación estándar de la componente aleatoria ϵ_t.
- El estadístico t asintóticamente sigue una distribución N(0, 1).
- La hipótesis se rechaza si,

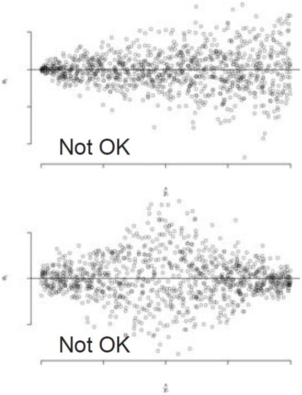
$$|t| > z_{1-\alpha/2}$$

  en donde $z_{1-\alpha/2}$ es el valor crítico tal que $\mathbb{P}(Z > z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

Homocedasticidad

- Detección de Homocedasticidad.





Homocedasticidad

- Para verificar el supuesto de homocedasticidad, podemos usar el Test de Breusch-Pagan. Asuma que la heterocedasticidad es una función lineal de las variables independientes,

$$\sigma_i^2 = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik}$$

Homocedasticidad

- Para verificar el supuesto de homocedasticidad, podemos usar el Test de Breusch-Pagan. Asuma que la heterocedasticidad es una función lineal de las variables independientes,

$$\sigma_i^2 = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik}$$

- La hipotesis nula es $H_0 : \beta_1 = \ldots = \beta_k = 0$ vs la hipotesis alternativa $H_1 : \exists i = 1, \ldots, k : \beta_i \neq 0$. Sean los residuos de un modelo lineal estimados por MCO $\hat{u}_i$ tal que

$$\hat{u}_i^2 = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik} + v_i$$

Homocedasticidad

- Para verificar el supuesto de homocedasticidad, podemos usar el Test de Breusch-Pagan. Asuma que la heterocedasticidad es una función lineal de las variables independientes,

$$\sigma_i^2 = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik}$$

- La hipotesis nula es $H_0 : \beta_1 = \ldots = \beta_k = 0$ vs la hipotesis alternativa $H_1 : \exists i = 1, \ldots, k : \beta_i \neq 0$. Sean los residuos de un modelo lineal estimados por MCO $\hat{u}_i$ tal que

$$\hat{u}_i^2 = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \ldots + \beta_k X_{ik} + v_i$$

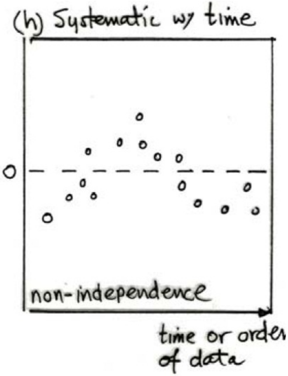
- El estadístico de Breusch-Pagan está definido por

$$BP = NR^2_{\hat{u}_i^2} \sim \chi_k^2$$

donde $R^2_{\hat{u}_i^2}$ es el coeficiente de determinación del modelo auxiliar

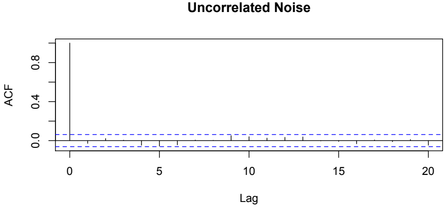
Residuos No correlacionados

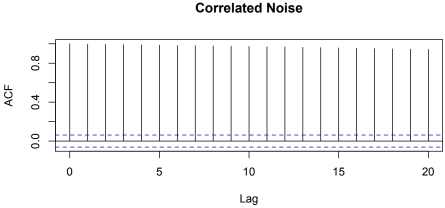
- Detección de Autocorrelación



Residuos No correlacionados

- Detección de Autocorrelación





Test de Box-Pierce

- Sea la Hipotesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \rho(1) = \rho(2) = \ldots = \rho(L) = 0 \quad \text{vs} \\ H_1 &: \exists \quad i = 1, \ldots, L : \rho(i) \neq 0 \end{aligned}$$

Test de Box-Pierce

- Sea la Hipotesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \rho(1) = \rho(2) = \ldots = \rho(L) = 0 \quad \text{vs} \\ H_1 &: \exists \;\; i = 1, \ldots, L : \rho(i) \neq 0 \end{aligned}$$

- el estadístico de Box-Pierce es el siguiente,

$$Q = \sum_{j=1}^{L} n\hat{\rho}^2(j)$$

donde $\hat{\rho}(j)$ es la autocorrelación estimada para el j-ésimo lag.

Test de Box-Pierce

- Sea la Hipotesis

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \rho(1) = \rho(2) = \ldots = \rho(L) = 0 \quad \text{vs} \\
H_1 &: \exists \;\; i = 1, \ldots, L : \rho(i) \neq 0
\end{aligned}
$$

- el estadístico de Box-Pierce es el siguiente,

$$
Q = \sum_{j=1}^{L} n\hat{\rho}^2(j)
$$

donde $\hat{\rho}(j)$ es la autocorrelación estimada para el j-ésimo lag.

- bajo H_0, $Q \sim \chi^2_L$.

Test de Box-Ljung

- Ljung y Box (1978) sugieren modificar el estadístico Q para muestras pequeñas. De esta manera, el estadístico de Ljung-Box es el siguiente,

$$Q_y = n(n+2)\sum_{j=1}^{L}\frac{\hat{\rho}^2(j)}{n-j}$$

donde $Q_y \sim \chi^2_L$

Ejemplo

- Considere una serie de tiempo de largo $n = 89$ con la siguiente Función de Autocorrelación empirica:

Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ACF	1.00	-0.05	-0.23	0.02	-0.13	0.01	0.12	-0.20	-0.00	0.05

Ejemplo

- Considere una serie de tiempo de largo $n = 89$ con la siguiente Función de Autocorrelación empirica:

Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ACF	1.00	-0.05	-0.23	0.02	-0.13	0.01	0.12	-0.20	-0.00	0.05

- Calcule el estadístico del Test de Box-Ljung para $L = 1$ y $L = 2$. Tiene esta serie de tiempo una dependencia temporal significativa?.